

# SOLUTIONS MATHEMATICS(T-JEE)

61. (b) कुल फलनों की संख्या

$$= 5 \text{ वस्तुओं के क्रम भंग की संख्या} \\ = 5! \left( \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} \right) = 44$$

62. (d) ∴ अभीष्ट तरीके =  ${}^1C_3 - {}^7C_3$

$$= \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} - \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2} \\ = 220 - 35 = 185$$

63. (c) पहले समुच्चय से दो रेखाओं के चयन के तरीकों की संख्या =  ${}^4C_2$   
तथा दूसरे समुच्चय से दो रेखाओं के चयन के तरीकों की संख्या =  ${}^3C_2$   
इन रेखाओं के प्रतिच्छेदन से ही समान्तर चतुर्भुज बनता है।  
∴ अभीष्ट समान्तर चतुर्भुजों की संख्या =  ${}^4C_2 \times {}^3C_2 = 4 \times 3 = 12$

64. (d) कुल प्रतिच्छेद बिन्दुओं की संख्या

$$= {}^6C_2 \times 2 = 30$$

65. (a) माना एक बहुभुज में विकर्णों की संख्या  $n$  है।

$$\therefore {}^nC_2 - n = 44 \\ \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \\ \Rightarrow n^2 - 3n - 88 = 0 \\ \Rightarrow n = -8 \text{ या } 11 \\ \therefore n = 11 \quad (\because n \neq -8)$$

66. (c) विकर्णों की अभीष्ट संख्या =  ${}^mC_2 - m$

$$= \frac{m(m-1)}{2!} - m = \frac{m}{2!} (m-3)$$

67. (c) अभीष्ट तरीके =  ${}^8C_3 - {}^5C_3 - {}^3C_3 = {}^8C_3 - {}^5C_3 - 1$

68. (b) कुल बिन्दुओं की संख्या =  $m+n+k$

∴ इन बिन्दुओं से बनने वाले त्रिभुजों की संख्या =  ${}^{m+n+k}C_3$   
एक रेखा पर स्थित 3 बिन्दुओं से कोई त्रिभुज नहीं बन सकता है। इन त्रिभुज की संख्या  ${}^mC_3 + {}^nC_3 + {}^kC_3$  होगी।

अतः अभीष्ट त्रिभुजों की संख्या =  ${}^{m+n+k}C_3 - {}^mC_3 - {}^nC_3 - {}^kC_3$

69. (c) 6 बिन्दुओं से बनने वाली रेखाओं की संख्या =  ${}^6C_2 = 15$

इन रेखाओं के प्रतिच्छेदन से बनने वाले प्रतिच्छेदन बिन्दुओं की संख्या

$$= {}^{15}C_2 = 105$$

माना एक बिन्दु  $A_1$  है जिसे अन्य 5 बिन्दुओं से मिलाने पर पाँच रेखा मिलती हैं तथा इन पाँच रेखाओं में से किन्हीं दो के लिए  $A_1$  प्रतिच्छेदन बिन्दु है।

∴ 105 प्रतिच्छेदन बिन्दुओं में  $A_1$ , 10 बार उभयनिष्ठ होगा।

इसी प्रकार, अन्य पाँच बिन्दुओं के लिए भी दशाएँ होंगी।

∴ 6 बिन्दु 60 बार प्रतिच्छेदन बिन्दुओं के रूप में आता है।

अतः विभिन्न प्रतिच्छेदन बिन्दुओं की संख्या =  $105 - 60 + 6 = 51$

70. (d) =  ${}^8C_2 \times 1 + {}^4C_2 \times 2 + ({}^8C_1 \times {}^4C_1) \times 2$   
=  $28 + 12 + 32 \times 2 = 104$

71. (b) बैंक वृत्त पर  $n$  विभिन्न बिन्दु हैं।

पंचभुज बनाने के लिए पाँच विभिन्न बिन्दुओं की आवश्यकता है।  
दिए गए प्रतिबन्ध के अनुसार,

$${}^nC_5 = {}^nC_3 \Rightarrow n = 8$$

72. (c) ∴  $9600 = 2^7 + 3^1 \times 5^2$

∴ भाजकों की संख्या =  $(7+1)(1+1)(2+1) = 8 \times 2 \times 3 = 48$

73. (a) ∴  $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$

∴ भाजकों की कुल संख्या =  $(4+1)(1+1)(1+1) = 20$   
जिनमें से 2, 6, 10 व 30,  $4n + 2$  रूप की संख्याएँ हैं।

74. (a) ∴  $38808 = 2^3 \times 3^2 \times 7^2 \times 11^1$

∴ भाजकों की कुल संख्या =  $4 \times 3 \times 3 \times 2 - 2 = 72 - 2 = 70$

75. (d)  $ab^2c^2de$  के भाजकों की संख्या

$$= (1+1)(2+1)(2+1)(1+1)(1+1) - 1 \\ = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 - 1 = 71$$

76. (a) अभीष्ट तरीके =  $10! \left\{ 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{10!} \right\}$

77. (b)  $x + y + z = 100$  के हलों के क्रमिक त्रिकों की संख्या

$$= (x + x^2 + x^3 + \dots)^3 \text{ में } x^{100} \text{ का गुणांक} \\ = x^3 (1-x)^{-3} \text{ में } x^{100} \text{ का गुणांक} \\ = \left[ 1 + 3x + 6x^2 + \dots + \frac{(n+1)(n+2)}{2} x^n + \dots \right] \\ = \frac{(97+1)(97+2)}{2} = 49 \times 99 = 4851$$

78. (c) अभीष्ट शब्दों की संख्या =  ${}^4C_2 \times {}^5C_3 \times 5!$

$$= 6 \times 10 \times 120 \\ = 7200$$

79. (d) कुल तरीके =  $2^5 \cdot 2^6 (2^7 - 1)$

80. (b) हॉल प्रदीप्त करने के तरीकों की संख्या,  $n$  विभिन्न वस्तुओं में से एक पा एक से अधिक वस्तुएँ चुनने के तरीकों की संख्या के समतुल्य होगी अर्थात्

$${}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots + {}^nC_n = 2^n - 1$$

अभीष्ट तरीकों की कुल संख्या

$$= {}^{10}C_1 + {}^{10}C_2 + {}^{10}C_3 + {}^{10}C_4 + {}^{10}C_5 + {}^{10}C_6 + \dots + {}^{10}C_{10} \\ = 2^{10} - 1$$

81. (b) 5 विभाज्य होने के लिए संख्या के इकाई का अंक 0 या 5 होना चाहिए।

6			0 या 5
T	H	T	U

इकाई के स्थान भरने की संख्या =  ${}^2C_1 = 2$

हजारवें स्थान में 6 स्थिर करते हैं। दहाई तथा सेकड़े के स्थान को भरने के तरीके =  $8 \times 7$

∴ अभीष्ट तरीके =  $2 \times 8 \times 7 = 112$

82. (a) अभीष्ट तरीके =  ${}^3C_2 = 3$

83. (b) दो स्थितियाँ हैं,

स्थिति I कक्षा XI से 6 तथा कक्षा XII से 5 विद्यार्थी चुने जाने के तरीके =  ${}^{20}C_6 \times {}^{20}C_5$

स्थिति II कक्षा XI से 5 तथा कक्षा XII से 6 विद्यार्थी चुने जाने के तरीके =  ${}^{20}C_5 \times {}^{20}C_6$

∴ अभीष्ट तरीके =  $2({}^{20}C_5 \times {}^{20}C_6)$

84. (a) 52 पत्तों में से 26 पत्तों को  ${}^{52}C_{26}$  तरीकों से चुना जा सकता है। इसलिए प्रत्येक पत्ते को दो तरीकों से बाँटा जा सकता है क्योंकि एक पत्ता या तो पहली गडडी या दूसरी गडडी से चुना जा सकता है।

∴ कुल तरीकों की संख्या =  ${}^{52}C_{26} \cdot 2^{26}$

85. (a) अभीष्ट तरीके =  ${}^{22}C_{19} = \frac{22!}{3!9!} = 1540$

86. (a) व्यक्ति ग्वालियर से भोपाल 4 तरीकों से जाता है और वह 3 तरीकों से वापस आता है।

∴ कुल तरीकों की संख्या =  ${}^4C_1 \times {}^3C_1 = 4 \times 3 = 12$

87. (b) माना टीमों की संख्या  $n$  है।

प्रत्येक टीम द्वारा दूसरी टीम के साथ खेले गए मैचों की संख्या =  ${}^nC_2$   
प्रश्नानुसार,  ${}^nC_2 = 153$

$$\Rightarrow n(n-1) = 306$$

## SOLUTIONS

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow n^2 - n - 306 &= 0 \\
 \Rightarrow (n - 18)(n + 17) &= 0 \\
 \Rightarrow n &= 18 \quad (\because n \neq -17)
 \end{aligned}$$

88. (c) अभीष्ट तरीकों की संख्या =  ${}^8C_3 = 56$
89. (b) चूँकि दो व्यक्ति कार चला सकते हैं। इनमें से 1 के चुनने के तरीकों की संख्या  ${}^2C_1$  है। अब, शेष पाँच व्यक्तियों में से 2 व्यक्तियों का चयन  ${}^5C_2$  तरीकों से कर सकते हैं।  
 $\therefore$  कुल तरीकों की संख्या =  ${}^5C_2 \times {}^2C_1 = 10 \times 2 = 20$
90. (c) 8 वर्गों में 6 'X' को  ${}^8C_6 = 28$  तरीकों से व्यवस्थित किया जा सकता है।  
परन्तु इसमें यह भी सम्भव है कि ऊपर वाले या नीचे वाले वर्ग में 'X' न आए। चूँकि प्रत्येक परिवेत में कम-से-कम 'X' हो इसलिए इन दो सम्भावनाओं को छोड़ देंगे।  
अतः अभीष्ट तरीकों की संख्या =  $28 - 2 = 26$